

Übersicht über meine Vorträge zur Logik

Prof. Dr. Yvonne Stry

Sie können in diesem Kurs Vorträge zu verschiedenen Aspekten der Logik hören:

- Geschichte der Logik
- Aristoteles und die Syllogistik
- Russell und der Logizismus
- Natürliches Schließen, Sequenzenkalkül (2 Vorträge)
- Fuzzy Logic
- Prolog
- Strategien der Resolution
- Paradoxien
- Modallogik

Video: Eine kurze Geschichte der Logik (ca. 370 MB, ca. 35 Minuten)

Eine Geschichte der Logik geht üblicherweise chronologisch vor: von den "alten Griechen" (hier insbesondere Aristoteles, der die Logik für zwei Jahrtausende dominierte) über das Mittelalter über Gottlob Frege zu Kurt Gödel. Aber auch zahlreiche bedeutende Logiker des 20. Jahrhunderts sind zu nennen, als es nicht mehr nur die "klassische Logik" gibt, sondern zahlreiche "Logiken".

Eine Geschichte der Logik setzt normalerweise mit den "alten Griechen" ein: Der wichtigste Logiker hier ist der Philosoph Aristoteles (384 bis 322 v.Chr.) Er hat die Logik für fast zwei Jahrtausende bestimmt. Aber auch weitere Philosophenschulen der Antike verdienen, erwähnt zu werden.

Wie schon gesagt, bestimmte die Logik des Aristoteles ("Syllogistik") die Logik im Mittelalter. Logik gehörte hier zum "Grundstudium" an den mittelalterlichen Hochschulen. Wichtige Logiker sind u.a. Peter Abaelard, William von Sherwood, Petrus Hispanus, Raimundus Lullus, William von Ockham.

Die Neuzeit beginnt mit Überlegungen des großen Mathematikers und Universalgelehrten Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 bis 1716), der davon sprach, Uneinigkeiten durch eine Art Logikkalkül beizulegen. Die Aussagenlogik wird formalisiert durch George Boole und Augustus de Morgan. Einer der größten Logiker, Gottlob Frege (1848 bis 1925), fand zunächst wenig Resonanz. Er gilt als Vertreter des Logizismus, also einer Strömung, die die Mathematik auf die Logik zurückführen wollte. Bertrand Russell ist ein weiterer Verfechter des Logizismus.

Die große Revolution in der Logik geht aber auf Kurt Gödel (1906 bis 1978) zurück.

Es sind zahlreiche Logiker im 19. und 20. Jahrhundert zu nennen: Lukasiewicz, Skolem, Bernays, Post, Tarski, Church, Beth, Gentzen, Turing, Zadeh, Robinson, Kripke...

Vortrag: Aristoteles und die Syllogistik (ca. 481 MB, ca. 50 Minuten)

Aristoteles (384 bis 322 v.Chr.) ist einer der bedeutendsten Logiker überhaupt, der sehr lange Zeit die Logik dominierte. Aber Aristoteles ist nicht nur als Logiker interessant. Nach einer kurzen Einführung in sein Denken soll seine Logik (Syllogistik genannt) detailliert dargestellt werden.

Aristoteles (384 bis 322 v.Chr.) war einer der bedeutendsten Philosophen im alten Griechenland. Auch sein Lebensweg ist von Interesse. Er war ein Universalgelehrter, der zu den Naturwissenschaften, zur Metaphysik, zur Ethik, zur Politik etc. schrieb.

Sein logisches System nennt sich Syllogistik. Hier geht es um Aussagen der Prädikatenlogik von spezieller Form. Aus jeweils zwei derartigen Prämissen läßt sich eine Konklusion herleiten. Dies soll im Detail dargestellt werden: vier Formen von Aussagen, logisches Quadrat, vier Figuren des Syllogismus, Visualisierung durch Venn-Diagramme, korrekte Syllogismen, Regeln, um Syllogismen herzuleiten, "lateinische" Namen der gültigen Syllogismen.

Vortrag: Russell und der Logizismus (ca. 523 MB, ca. 50 Minuten)

Bertrand Russell (1872 bis 1970) war nicht nur ein bedeutender Logiker, er war Philosoph, Mathematiker, Nobelpreisträger (für Literatur in 1950), Sozialist, Pazifist, Religionskritiker, und eckte mit höchst modernen Ideen zu Ehe und Sexualität an. Sein Leben an sich ist sehr interessant, seine Aphorismen regen zum Nachdenken an.

Als junger Logiker entdeckte er einen Widerspruch im Werk des großen Gottlob Frege, die so genannte Russellsche Antinomie, die die Mengenlehre revolutionierte. Mit Whitehead schrieb er drei wichtige Bücher zur Logik, die Principia Mathematica (1910 bis 1913). Mit seinem Ansatz, der Typentheorie, wollte er den Logizismus (die Zurückführung der Mathematik auf die Logik) unterstützen.

Bertrand Arthur William Russell (1872 bis 1970), der 3. Earl Russell, wurde in eine einflußreiche britische Familie geboren, er verlor früh die Eltern. Russell studierte in Cambridge, veröffentlichte 1896 ein Buch über die deutsche Sozialdemokratie und widmete sich viele Jahre der Logik: Zusammen mit Whitehead schrieb er ein Standardwerk des Logizismus, die Principia Mathematica (1910 bis 1913). Im 1. Weltkrieg wurde er wegen Pazifismus inhaftiert. In der Philosophie verfolgte er einen eigenen Ansatz, den logischen Atomismus. Nach Reisen in die Sowjetunion kritisierte er den Kommunismus, betrieb (1927 bis 1934) eine antiautoritäre Schule und eckte mit Büchern wie "Why I am not a Christian" oder "Marriage und Morals" an (ihm wurde vorgeworfen, er verderbe die Jugend). Im 2. Weltkrieg nahm er Abschied vom Pazifismus und befürwortete den Kampf gegen Hitler. Auch in den Nachkriegsjahren griff er immer wieder in die Politik ein. Russell war ein brillanter Schriftsteller, der Dinge ganz unakademisch auf den Punkt bringen konnte. Und: Russell hatte ein Gespür für wichtige Vertreter der Logik und Philosophie, auch als diese unbekannt waren (Peano, Frege, Wittgenstein).

Russell ist ein Vertreter des so genannten Logizismus, einer Richtung, die die Mathematik auf die Logik zurückführen will. Er steht damit in der Tradition von Gottlob Frege. Berühmt ist sein Brief an Frege, in dem er einen Widerspruch in dessen mengentheoretischem Axiomensystem benennt - die Russellsche Antinomie. Bekannt geworden ist diese Antinomie als Barbierparadoxon: der Barbier, der all jene und nur jene rasiert, die sich nicht selbst rasieren (Rasiert er sich dann selbst oder nicht?). Wir werfen einen Blick auf die Principia Mathematica und die Typentheorie. Außerdem wird genauer auf die Grundlagenkrise der Mathematik und das Hilbertprogramm eingegangen.

Vortrag: Natürliches Schließen (ca. 362 MB, ca. 50 Minuten)

Vortrag: Sequenzenkalkül (ca. 575 MB ca. 90 Minuten)

Natürliches Schließen bzw. der Sequenzenkalkül gehen auf den deutschen Logiker Gerhard Gentzen (1909 bis 1945) zurück. Gerade das Kalkül des Natürlichen Schließens ist als Beweismethode (neben Hilbertscher Axiomatik oder Bethschen semantischen Bäumen) immer noch weit verbreitet. Es soll das wirkliche logische Schließen bei Beweisen wiedergeben und intuitiv sein. Wichtig ist insbesondere, dass es möglich ist, mit Annahmen zu arbeiten. Der Sequenzenkalkül ist allerdings etwas formaler.

Der deutsche Logiker Gerhard Gentzen (1909 bis 1945) gilt als Begründer des Natürlichen Schließens. Die dortigen Regeln sind eine formale Beschreibung, wie Menschen argumentieren. Wichtig ist insbesondere, Aussagen in einer Herleitung anzunehmen, die später wieder getilgt werden können. Wir werden die Regeln durchgehen: Es gibt jeweils eine Regel zur Einführung und zur Beseitigung von Konjunktion, Disjunktion, Subjunktion und Negation. Zur Vereinfachung arbeitet man auch mit der Abkürzung "Falsum". Falls mehrere Annahmen zu treffen sind, bewährt sich die Notation nach dem Logiker Fitch mit Subbeweisen etc. Auch für den Allquantor und für den Existenzquantor der Prädikatenlogik gibt es Regeln zur Einführung und zur Beseitigung. Wir werden sowohl in der Aussagenlogik als auch in der Prädikatenlogik typische Beweise studieren.

Die Regeln zur Umformung von so genannten Sequenzen sehen recht formal aus, aber auch hier geht es wieder um die Manipulation von Formeln, mit Auftreten von Konjunktion, Negation etc. in den Prämissen oder in der Konklusion von Folgerungen.

Vortrag: Fuzzy Logik (ca. 283 MB, ca. 45 Minuten)

Die Fuzzy Logic geht auf Lotfi Zadeh (1921 bis 2017) zurück: "American, mathematically oriented, electrical engineer of Iranian descent, born in Russia" (wie Zadeh selbst sagte). Fuzzy-Regler sind seit den 1980iger Jahren weit verbreitet. Ihre Funktionsweise soll besprochen werden. Wichtige Begriffe sind unscharfe Mengen (fuzzy sets) und Operationen auf ihnen, linguistische Variable und Terme, Fuzzifizierung und Defuzzifizierung.

Die Fuzzy Logic geht auf Lotfi Zadeh (1921 bis 2017) zurück: "American, mathematically oriented, electrical engineer of Iranian descent, born in Russia" (wie Zadeh selbst sagte). Fuzzy-Regler sind seit den 1980iger Jahren weit verbreitet.

Wir werden von der klassischen Mengenlehre mit ihren scharfen Mengen zu so genannten unscharfen Mengen (fuzzy sets) übergehen. Hier kann die Zugehörigkeitsfunktion nicht nur die Werte 0 und 1 annehmen, sondern alle Werte auf dem Intervall $[0,1]$. Auch auf unscharfen Mengen kann man Komplementbildung, Schnittmengen und Vereinigungsmengen erklären. Die Fuzzy Logic hält sich dabei an die Definition der Operatoren der Lukasiewicz-Logik, aber dies kann erweitert werden: Mathematisch spielen dann t-Normen und -Conormen eine Rolle.

Fuzzy-Regler gehen von scharfen Eingangswerten/Meßwerten aus und "fuzzifizieren" diese. In diesem Zusammenhang spielen Linguistische Variablen und Terme eine Rolle. Eine Regeldatenbank erlaubt Folgerungen (Fuzzy Inference). Eine "Defuzzifizierung" führt diese auf scharfe Ausgangswerte zurück.

Vortrag: Einführung in Prolog (ca. 438 MB, ca. 60 Minuten)

Prolog ist die bekannteste logische Programmiersprache. Sie unterscheidet sich von den üblichen imperativen Programmiersprachen: Hier wird das Problem beschrieben und nicht seine Lösung. Prolog basiert auf Hornklauseln, Resolution und Unifikation sowie backtracking. Wir sprechen auch die daraus resultierenden Probleme an.

Prolog entstand Anfang der 1970iger Jahre und ist bis heute die am weitesten verbreitete logische Programmiersprache. Im Gegensatz zu den üblichen so genannten Imperativen Programmiersprachen geht es hier nicht um die Frage, wie man ein Problem löst, sondern darum, dieses Problem zu schildern (deshalb: Deklarative Programmiersprache). Anwendungen findet Prolog in KI, bei Expertensystemen, in der Computerlinguistik etc.

Wir wenden uns zunächst der Syntax von Prolog zu: Terme (Atome, Zahlen, Variablen), Klauseln (Fakten, Regeln), Anfragen (Zielklauseln). Auch Arithmetik ist vorgesehen, Listenverarbeitung und Rekursion sind möglich.

Aus logischer Sicht basiert Prolog auf Hornklauseln, Resolution und Unifikation sowie backtracking. Dies kann jedoch zu Problemen führen: Endlosschleifen sind bei Tiefensuche möglich. Der Cut gibt die Möglichkeit, backtracking zu begrenzen.

Wir sehen uns auch einige Beispielprogramme an.

Vortrag: Strategien der Resolution (ca. 180 MB, ca. 30 Minuten)

Bei der Resolution lassen sich oft zahlreiche Resolventen bilden, aber nur wenige tragen zum Finden der leeren Klausel bei. Es ist also sinnvoll, die Resolventenbildung einzuschränken bzw. Resolventen nur nach gewissen Strategien zu bilden.

Bei der Resolution lassen sich oft zahlreiche Resolventen bilden, aber nur wenige tragen zum Finden der leeren Klausel bei. Es ist also sinnvoll, die Resolventenbildung einzuschränken bzw. Resolventen nur nach gewissen Strategien zu bilden.

Wir besprechen p- und n-Resolution, lineare Resolution, Stützmengen-Resolution, Einheiten-Resolution, Input-Resolution sowie SLD-Resolution. Diese Resolutionsstrategien werden an Beispielen vorgestellt. Es wird die Vollständigkeit untersucht bzw. die Vollständigkeit eingeschränkt auf Hornklauseln.

Vortrag: Paradoxien (ca. 440 MB, ca. 45 Minuten)

Paradoxien sind weit weniger unnütz, als man annehmen könnte - sagte schon der Logiker Van Orman Quine und hatte recht. Von ihm stammt auch die Unterscheidung in eher harmlose und in wirklich schwierige Antinomien, die oft den Fortschritt der Wissenschaft vorweg nehmen.

Paradoxien sind weit weniger unnütz, als man annehmen könnte - sagte schon der Logiker Van Orman Quine und hatte recht. Von ihm stammt auch die Unterscheidung in eher harmlose und in wirklich schwierige Antinomien, die oft den Fortschritt der Wissenschaft vorweg nehmen.

Wir betrachten Paradoxien in der Kunst, in der Literatur, in der Psychologie, in der Religion, wir behandeln Sinnestäuschungen und stellen uns die Frage: Wie wirklich ist die Wirklichkeit? Wichtige Paradoxien sind auch die des Selbstbezugs, Paradoxien des Unendlichen, so genannte Sorites Paradoxien, Paradoxien aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung oder aus der Statistik. Paradoxien aus der Wissenschaftstheorie und das so genannte Gefangenen- oder Henker-Paradoxon beenden den Überblick.

Vortrag: Einführung in die Modallogik (ca. 380 MB, ca. 55 Minuten)

In der klassischen Modallogik geht es zunächst um die Modaloperatoren "Box" für "notwendigerweise" und "Diamond" für "möglichlicherweise". Diese Operatoren werden in den Spezialfällen einer deontischen Logik, einer temporalen Logik oder einer epistemischen Logik anders interpretiert.

Wichtig sind die Logiken mit den Bezeichnungen K, T, B, S4 und S5, die durch diverse Axiome charakterisiert sind. In der Kripke Semantik werden diese Logiken über mögliche Welten und die Zugänglichkeit zwischen diesen definiert.

In der klassischen Modallogik geht es zunächst um die Modaloperatoren "Box" für "notwendigerweise" und "Diamond" für "möglichlicherweise".

Geschichtlich geht Modallogik auf Aristoteles zurück, und auch im Mittelalter finden sich Vorläufer. Wichtig ist der Philosoph Leibniz, dessen "mögliche Welten" in der Modallogik zu Ehren kommen. Die wichtigsten Personen in den letzten hundert Jahren waren C.I.Lewis und S.Kripke.

Es gibt verschiedene Interpretationen der Modaloperatoren, etwa in der Deontischen Logik, in der Temporalen Logik, in der Epistemischen Logik.

Je nach zugrundegelegten Axiomen lassen sich verschiedene Modallogiken konstruieren, wie z.B. die Systeme K, T (oder M), D, B, S4 und S5.

In der so genannten Kripke Semantik wird eine Menge von möglichen Welten (oder "Kontexten") eingeführt mit einer Zugänglichkeitsrelation zwischen diesen Welten ("von Welt w aus ist Welt u sichtbar" etc). Aussagen können in den verschiedenen Welten verschiedene Wahrheitswerte haben ("A ist in Welt w wahr", "A ist in Welt u falsch" etc). Zwischen den Axiomen und den Eigenschaften der Zugänglichkeitsrelation lassen sich Entsprechungen finden.

Wir werden uns Beweise in der Modallogik mit Hilfe von Semantischen Tableaux ansehen und auf die Schwierigkeiten einer deontischen Logik mit Zusammenhängen zwischen deskriptiven, imperativen und normativen Propositionen eingehen.